



การทดสอบออนไลน์สุดยอดนักคณิตศาสตร์ระดับประเทศ

ประจำปีการศึกษา 2566

วิชาคณิตศาสตร์ (ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น, ม.1-ม.3)

สอบวันเสาร์ที่ 23 มีนาคม พ.ศ. 2567

เวลา 10.00 น. – 12.00 น.

ชื่อ – นามสกุล _____ โรงเรียน _____ ชั้น _____

ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ข้อ 1 – ข้อ 32 (100 คะแนน) เวลา 2 ชั่วโมง

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

สาระที่ 1: จำนวน พีชคณิตและเลขคณิต ข้อ 1 – ข้อ 16 (50%)

1. จงหาค่าของ $(0.5)^3 + 3 \times (0.5)^2 \times (-1.5) + 3 \times (0.5) \times (-1.5)^2 + (-1.5)^3$?

What is the value of $(0.5)^3 + 3 \times (0.5)^2 \times (-1.5) + 3 \times (0.5) \times (-1.5)^2 + (-1.5)^3$?

1. -1 2. 1 3. 0 4. 2

ตอบข้อ 1

จาก $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

จากโจทย์จะได้ $(0.5 - 1.5)^3 = -1$

TMCOT (ม.1-ม.3)

2. ถ้า $N = 18^2 \times 3^5 \times 7^2$ จำนวนตัวประกอบที่เป็นจำนวนคู่ทั้งหมดของ N มีกี่ตัว

If $N = 18^2 \times 3^5 \times 7^2$, the total number of even factors of N is

1. 60 2. 76 3. 82 4. 90

ตอบข้อ 1

$$\begin{aligned} N &= 18^2 \times 3^5 \times 7^2 = (2 \times 3^2)^2 \times 3^5 \times 7^2 \\ &= 2^2 \times 3^9 \times 7^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนตัวประกอบทั้งหมดของ } N &= (2 + 1) \times (9 + 1) \times (2 + 1) \\ &= 3 \times 10 \times 3 = 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จำนวนตัวประกอบที่เป็นจำนวนคี่} &= (9 + 1) \times (2 + 1) \\ &= 10 \times 3 = 30 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จำนวนตัวประกอบที่เป็นจำนวนคู่ของ } N = 90 - 30 = 60 \text{ ตัว}$$

3. ให้ p และ q เป็นจำนวนเต็มคี่ที่สอดคล้องกับ

$$(1 + 3 + 5 + \dots + p) + (1 + 3 + 5 + \dots + q) = (1 + 3 + 5 + \dots + 25)$$

แล้ว $p + q$ มีค่าเท่าไร

Given that p and q are odd integers that satisfy the given equation

$$(1 + 3 + 5 + \dots + p) + (1 + 3 + 5 + \dots + q) = (1 + 3 + 5 + \dots + 25),$$

then find the sum of $p + q$.

1. 30 2. 32 3. 34 4. 36

ตอบข้อ 2

$$\text{จาก } 5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$\text{แสดงว่า } 1 + 3 + 5 + \dots + 9 = 5^2 \Rightarrow p = 9$$

$$\text{และ } 1 + 3 + 5 + \dots + 23 = 12^2 \Rightarrow q = 23$$

$$\text{ดังนั้น } p + q = 9 + 23 = 32$$

4. กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มลบที่สอดคล้องกับสมการ $y = \frac{10x}{10-x}$ จงหาค่าสูงสุดของ y

Given that x and y are both negative integers satisfying the equation $y = \frac{10x}{10-x}$,

find the maximum value of y .

1. -10

2. -6

3. -5

4. -9

ตอบข้อ 3

จาก $y = \frac{10x}{10-x}$

$$x = 10 - \frac{100}{y+10} < 0$$

แล้ว $\frac{100}{y+10} > 10 \Rightarrow -10 < y < 0$

เนื่องจาก x และ y เป็นจำนวนเต็มลบ

เพราะฉะนั้น $y+10$ ต้องเป็นตัวประกอบของ 100

นั่นคือ $y = -9, -8, -6, -5$

ดังนั้น ค่าสูงสุดของ y คือ -5

5. จงหาค่าของ $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2023}$

Find the value of $\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2023}$.

1. $\frac{2025}{2024}$

2. $\frac{2025}{1012}$

3. $\frac{2023}{2024}$

4. $\frac{2023}{1012}$

ตอบข้อ 4

$$\begin{aligned} \text{จาก } & \frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2023} \\ &= \frac{1}{1} + \frac{1}{\frac{2 \times 3}{2}} + \frac{1}{\frac{3 \times 4}{2}} + \dots + \frac{1}{\frac{2023 \times 2024}{2}} \\ &= \frac{2}{1 \times 2} + \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \dots + \frac{2}{2023 \times 2024} \\ &= 2 \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2023 \times 2024} \right) \\ &= 2 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2024} \right) \\ &= 2 \left(\frac{2024}{2024} - \frac{1}{2024} \right) \\ &= 2 \times \frac{2023}{2024} \\ &= \frac{2023}{1012} \end{aligned}$$

$$6. \text{ ถ้า } \begin{aligned} ab &= 200 \\ bc &= 700 \\ ca &= 800 \end{aligned}$$

$$\text{จงหาค่าของ } 7a^2 + 7b^2 + 7c^2$$

$$\text{If } \begin{aligned} ab &= 200 \\ bc &= 700 \\ ca &= 800, \end{aligned}$$

$$\text{then find the value of } 7a^2 + 7b^2 + 7c^2.$$

1. 18,785

2. 22,425

3. 25,565

4. 31,225

ตอบข้อ 2

$$\text{จากโจทย์ } ab = 200 \quad \dots(1)$$

$$bc = 700 \quad \dots(2)$$

$$ca = 800 \quad \dots(3)$$

$$\text{จาก (1) } abc = 200c$$

$$\text{จาก (2) } abc = 700a$$

$$\text{จาก (3) } abc = 800b$$

$$\text{จะได้ } 200c = 700a = 800b \quad \dots(4)$$

$$\text{หา ค.ร.น. ของ } (200, 700, 800) = 5600$$

$$\text{นำ สมการ (4) } \div 5600 \text{ จะได้ } \begin{aligned} \frac{200c}{5600} &= \frac{700a}{5600} = \frac{800b}{5600} \\ \frac{c}{28} &= \frac{a}{8} = \frac{b}{7} = k \quad \dots(5) \end{aligned}$$

จากสมการ (5) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{c}{28} &= k \\ c &= 28k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{8} &= k \\ a &= 8k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{b}{7} &= k \\ b &= 7k \end{aligned}$$

$$\text{แทนค่า } a = 8k, b = 7k \text{ ในสมการ (1) จะได้ } (8k)(7k) = 200$$

$$k^2 = \frac{200}{56} = \frac{25}{7}$$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ } a^2 + b^2 + c^2 &= (8k)^2 + (7k)^2 + (28k)^2 \\ &= 64k^2 + 49k^2 + 784k^2 \\ &= 897k^2 = 897 \times \frac{25}{7} \\ &= \frac{22425}{7} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 7a^2 + 7b^2 + 7c^2 = 7(a^2 + b^2 + c^2) = 7 \times \frac{22425}{7} = 22,425$$

7. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ เป็นรากหนึ่งของสมการ $x^2 + ax + b = 0$
จงหาค่าของ $a + b$

If a and b are integers and $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ is one of the roots of the equation $x^2 + ax + b = 0$, find the value of $a + b$.

1. -3 2. -2 3. 2 4. 3

ตอบข้อ 1

พิจารณา $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$

เนื่องจาก $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ เป็นรากหนึ่งของสมการ $x^2 + ax + b = 0$

จะได้ $(7 - 4\sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})a + b = 0$

จัดรูปสมการจะได้ $(7 + 2a + b) - (4 + a)\sqrt{3} = 0$

นั่นคือ $7 + 2a + b = 0 \quad \dots(1)$

และ $4 + a = 0 \quad \Rightarrow a = -4$ และจากสมการ (1) จะได้ $b = 1$

ดังนั้น ค่าของ $a + b = 1 - 4 = -3$

8. ให้ a, b และ c เป็นความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม สมมติ a และ b เป็นรากของสมการ

$$x^2 + 4(c + 2) = (c + 4)x,$$

และมุมที่มีค่ามากที่สุดของรูปสามเหลี่ยมคือ x° จงหาค่าของ x

Let a, b and c be the lengths of the three sides of a triangle. Suppose a and b are the roots of the equation

$$x^2 + 4(c + 2) = (c + 4)x,$$

and the largest angle of the triangle is x° . Find the value of x .

1. 30° 2. 45° 3. 60° 4. 90°

ตอบข้อ 4

เนื่องจาก a, b เป็นรากของสมการ $x^2 - (c + 4)x + 4(c + 2) = 0$

จะได้ว่า ผลบวกคำตอบ $a + b = c + 4$

และ ผลคูณคำตอบ $ab = 4(c + 2)$

และจาก $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
 $= (c + 4)^2 - 8(c + 2)$

จะได้ว่า $a^2 + b^2 = c^2$

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก และมุมที่มีค่ามากที่สุดคือ $x = 90^\circ$

9. จงหาค่า x ที่สอดคล้องกับสมการ

$$\frac{x}{21} + \frac{x}{77} + \frac{x}{165} + \frac{x}{285} + \frac{x}{437} + \frac{x}{621} = 100$$

Find the value of x that satisfy the given equation

$$\frac{x}{21} + \frac{x}{77} + \frac{x}{165} + \frac{x}{285} + \frac{x}{437} + \frac{x}{621} = 100$$

1. 900

2. 1350

3. 1850

4. 2700

ตอบข้อ 2

$$\begin{aligned} \frac{x}{3 \times 7} + \frac{x}{77} + \frac{x}{165} + \frac{x}{285} + \frac{x}{437} + \frac{x}{621} &= 100 \\ \frac{x}{3 \times 7} + \frac{x}{7 \times 11} + \frac{x}{11 \times 15} + \frac{x}{15 \times 19} + \frac{x}{19 \times 23} + \frac{x}{23 \times 27} &= 100 \\ x \left[\frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{7 \times 11} + \frac{1}{11 \times 15} + \frac{1}{15 \times 19} + \frac{1}{19 \times 23} + \frac{1}{23 \times 27} \right] &= 100 \\ x \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{15} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{19} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{19} - \frac{1}{23} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{23} - \frac{1}{27} \right) \right] &= 100 \\ \frac{x}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{23} + \frac{1}{23} - \frac{1}{27} \right) &= 100 \\ \frac{x}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{27} \right) &= 100 \\ \frac{x}{4} \left(\frac{9-1}{27} \right) &= 100 \\ \frac{x}{4} \times \frac{8}{27} &= 100 \\ x &= 1,350 \end{aligned}$$

10. ถ้า x เป็นจำนวนเต็มบวก จงหาผลบวกเลขโดดของ x ที่สอดคล้องตามสมการ $\frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{4} = 1$

If x is a positive integer, what is the sum digit of x that satisfy the following equation $\frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{4} = 1$.

1. 13

2. 12

3. 10

4. 8

ตอบข้อ 3

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{4} &= 1 \\ (x)^{1/2} - x^{1/3} &= 4 \\ \left(x^{1/6}\right)^3 - \left(x^{1/6}\right)^2 &= 4 \\ \text{ให้ } y &= x^{1/6} \\ \text{จะได้} \quad y^3 - y^2 &= 4 \\ y^2(y - 1) &= 4 \times 1 \end{aligned}$$

TMCOT (ม.1-ม.3)

เนื่องจาก $y^2 > y - 1$

จะได้ $y^2 = 4$ และ $y - 1 = 1$

$y = \pm 2$ $y = 2$

เนื่องจาก x เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ $y = 2$

จะได้ $(y)^6 = (x^{1/6})^6$
 $x = 2^6 = 64$

ดังนั้น ผลบวกเลขโดดของ $x = 6 + 4 = 10$

11. จงหาผลบวกของจำนวนจริง x ทั้งหมด ที่เป็นคำตอบของสมการ

$$(3^x - 27)^2 + (5^x - 625)^2 = (3^x + 5^x - 652)^2$$

Find the sum of all the real numbers x that satisfy the equation

$$(3^x - 27)^2 + (5^x - 625)^2 = (3^x + 5^x - 652)^2$$

1. 4

2. 6

3. 7

4. 9

ตอบข้อ 3

จาก $(3^x - 27)^2 + (5^x - 625)^2 = (3^x + 5^x - 652)^2$

ให้ $a = 3^x - 27$

และ $b = 5^x - 625$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = (a + b)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

จะได้ $2ab = 0$

นั่นคือ $a = 0$ หรือ $b = 0$

$3^x - 27 = 0$ $3^x = 3^3$ $x = 3$	$5^x - 625 = 0$ $5^x = 5^4$ $x = 4$
--	---

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนจริง x ทั้งหมด $= 3 + 4 = 7$

12. ถ้า $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ และ $3x - 2y + z = 18$ จงหาค่าของ $x + 5y - 3z$

If $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$, and $3x - 2y + z = 18$, find the value of $x + 5y - 3z$.

1. 9

2. 15

3. 18

4. 24

ตอบข้อ 4

ให้ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k$

จะได้ว่า

$$x = 3k, y = 4k, z = 5k$$

และ

$$3x - 2y + z = 18$$

จะได้

$$3(3k) - 2(4k) + (5k) = 18$$

$$6k = 18 \Rightarrow k = 3$$

นั่นคือ $x = 9, y = 12, z = 15$

ดังนั้น $x + 5y - 3z = 9 + 5(12) - 3(15) = 24$

13. กำหนดให้ a, b และ c เป็นรากของสมการ $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$ จงหา $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Given that a, b and c are the roots of equation $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$, then find the sum of $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

1. $\frac{11}{12}$ 2. $\frac{6}{11}$ 3. $\frac{1}{6}$ 4. $\frac{2}{11}$

ตอบข้อ 1

ใช้สูตรของ Viete เมื่อ $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ มีคำตอบเป็น x_1, x_2, x_3

จะได้ว่า $x_1 + x_2 + x_3 = -a$

และ $x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = b$

และ $x_1 x_2 x_3 = -c$

พิจารณา $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc}{abc} + \frac{ac}{abc} + \frac{ab}{abc}$
 $= \frac{bc+ac+ab}{abc} = \frac{ab+bc+ca}{abc}$

ใช้สูตร Viete จะได้ว่า $ab + bc + ca = -11$

และ $abc = -12$

ดังนั้น $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{-11}{-12} = \frac{11}{12}$

14. ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่ทำให้รากหนึ่งของสมการกำลังสอง $4x^2 - (4\sqrt{3} + 4)x + \sqrt{3}n - 24 = 0$ เป็นจำนวนเต็ม จงหาค่าของ $2n - 1$

Let n be a positive integer such that one of the roots of the quadratic equation

$$4x^2 - (4\sqrt{3} + 4)x + \sqrt{3}n - 24 = 0$$

is an integer. Find the value of $2n - 1$.

1. 15

2. 16

3. 23

4. 25

ตอบข้อ 3

พิจารณา $4x^2 - (4\sqrt{3} + 4)x + \sqrt{3}n - 24 = 0$

$$4x^2 - 4a - 24 = \sqrt{3}(4a - n)$$

เนื่องจาก เป็นจำนวนอตรรกยะ จะได้ว่า

$$4a^2 - 4a - 24 = 0 \quad \dots(1) \quad \text{และ} \quad 4a - n = 0 \quad \Leftrightarrow a = \frac{n}{4}$$

แทน $a = \frac{n}{4}$ ลงในสมการ (1) จะได้

$$4\left(\frac{n}{4}\right)^2 - 4\left(\frac{n}{4}\right) - 24 = 0$$

$$n^2 - 4n - 96 = 0$$

$$(n - 12)(n + 8) = 0$$

$$n = 12, -8$$

เนื่องจาก n เป็นจำนวนเต็มบวก นั่นคือ $n = 12$

ดังนั้น ค่าของ $2n - 1 = 2 \times 12 - 1 = 23$

15. N เป็นจำนวนเต็มบวก และ p, q เป็นจำนวนเฉพาะ ถ้า $N = pq$ และ $\frac{1}{N} + \frac{1}{p} = \frac{1}{q}$

จงหาค่าของ $N^2 - (p + q)^2$

N is a positive integer and p, q are primes. If $N = pq$ and $\frac{1}{N} + \frac{1}{p} = \frac{1}{q}$,

then what is the value of $N^2 - (p + q)^2$.

1. 25

2. 13

3. 61

4. 11

ตอบข้อ 4

ให้ $N = pq$

และ

$$\frac{1}{N} + \frac{1}{p} = \frac{1}{q}$$

$$\frac{1}{pq} + \frac{1}{p} = \frac{1}{q}$$

$$\frac{1}{p} \left(\frac{1}{q} + 1 \right) = \frac{1}{q}$$

$$\frac{1}{p} \times \frac{1+q}{q} = \frac{1}{q}$$

จะได้ $1 + q = p$

เนื่องจาก p, q เป็นจำนวนเฉพาะ จากความสัมพันธ์

จะได้ $q = 2$ และ $p = 3$ ($N = 3 \times 2 = 6$)

ดังนั้นค่าของ $N^2 - (p + q)^2 = 6^2 - (3 + 2)^2$
 $= 36 - 25 = 11$

16. ถ้า $x = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ และ $y = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ จงหาค่าของ $x^4 + y^4 + (x + y)^4$

If $x = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ and $y = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$, find the value of $x^4 + y^4 + (x + y)^4$.

1. 1,062

2. 1,152

3. 1,232

4. 1,312

ตอบข้อ 2

พิจารณา

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{7-3} = \frac{7+2\sqrt{21}+3}{4} \\ &= \frac{(10+2\sqrt{21})}{4} = \frac{5+\sqrt{21}}{2} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{7-3} = \frac{7-2\sqrt{21}+3}{4} = \frac{5-\sqrt{21}}{2} \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$x + y = \frac{5+\sqrt{21}}{2} + \frac{5-\sqrt{21}}{2} = 5$$

และ

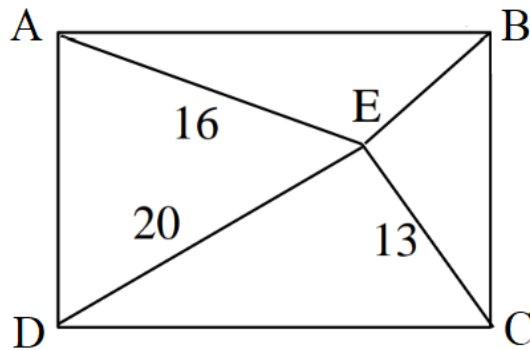
$$xy = \frac{5+\sqrt{21}}{2} \cdot \frac{5-\sqrt{21}}{2} = \frac{25-21}{4} = 1$$

จากโจทย์

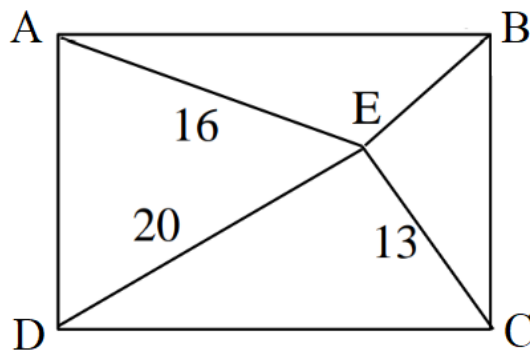
$$\begin{aligned} x^4 + y^4 + (x + y)^4 &= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 + 5^4 \\ &= ((x + y)^2 - 2xy)^2 - 2(1)^2 + 5^4 \\ &= (5^2 - 2 \times 1)^2 - 2 + 625 \\ &= 23^2 - 2 + 625 = 1,152 \end{aligned}$$

สาระที่ 2: การวัดและเรขาคณิต ข้อ 17 – ข้อ 26 (จำนวน 10 ข้อ = 31.25%)

17. แผนภาพแสดง จุด E ที่อยู่ภายในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD ทำให้ $AE = 16$ cm, $DE = 20$ cm และ $CE = 13$ cm จงหาความยาว BE



The diagram shows a point E inside a rectangle ABCD such that $AE = 16$ cm, $DE = 20$ cm and $CE = 13$ cm. Find the length of BE.



1. 4 cm

2. 5 cm

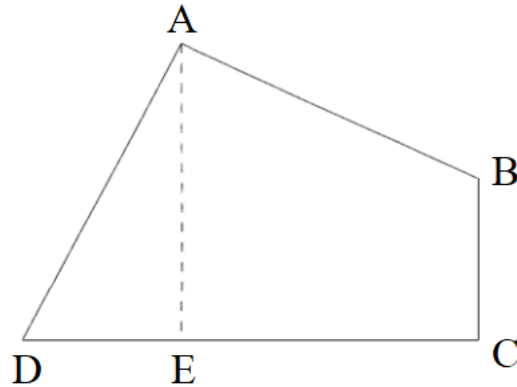
3. 6 cm

4. 7 cm

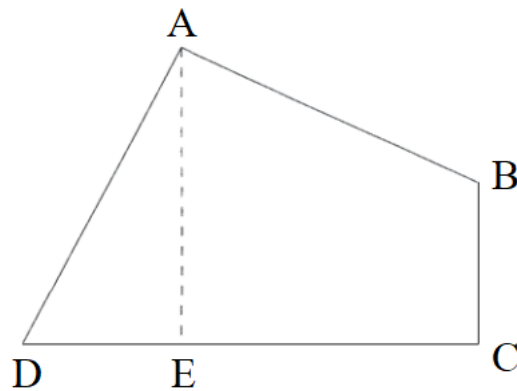
ตอบข้อ 2

$$\begin{aligned} BE^2 + 20^2 &= 16^2 + 13^2 \\ BE^2 &= 16^2 + 13^2 - 20^2 \\ BE^2 &= 256 + 169 - 400 \\ BE^2 &= 25 \\ BE &= 5 \end{aligned}$$

18. รูปต่อไปนี้ $AD = AB$, $\widehat{DAB} = \widehat{DCB} = \widehat{AEC} = 90^\circ$ และ $AE = 5$ จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD



In the following figure, $AD = AB$, $\widehat{DAB} = \widehat{DCB} = \widehat{AEC} = 90^\circ$ and $AE = 5$. Find the area of the quadrangle ABCD.



1. 12.5

2. 20

3. 25

4. 30

ตอบข้อ 3

จากรูป มุมสามเหลี่ยม AED ทวนเข็มนาฬิกา 90° จนจุด D ทับจุด B จนเกิดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านเท่ากับ 5

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD = $5^2 = 25$

19. พีระมิดตรงฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีฐานยาวด้านละ 12 เซนติเมตร ยาว 30 เซนติเมตร และสูง 8 เซนติเมตร จะมีพื้นที่ผิวเท่าใด

The pyramid has a rectangular base. If the base is 12 centimeters of width and the length is 30 centimeters, and the height of the pyramid is 8 centimeter, what is the surface area?

1. 504 cm^2

2. 768 cm^2

3. 864 cm^2

4. 960 cm^2

ตอบข้อ 3

TMCOT (ม.1-ม.3)

จากรูป $\overline{OH} = 15 \text{ cm}$

$\overline{OI} = 6 \text{ cm}$

พิจารณา สามเหลี่ยมมุมฉาก POH;

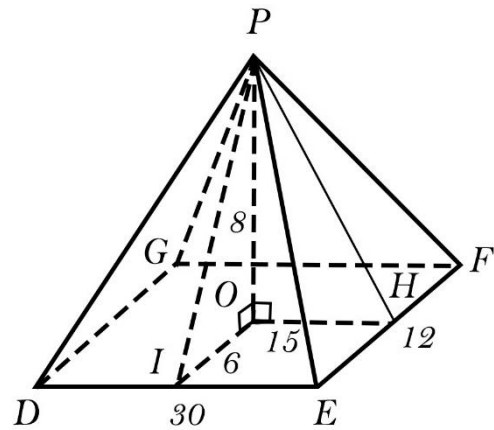
$$\begin{aligned} PH^2 &= PO^2 + OH^2 \\ &= 8^2 + 15^2 = 289 = 17^2 \end{aligned}$$

$$PH = 17 \text{ เซนติเมตร}$$

พิจารณา สามเหลี่ยมมุมฉาก POI;

$$\begin{aligned} PI^2 &= PO^2 + IO^2 \\ &= 8^2 + 6^2 = 100 = 10^2 \end{aligned}$$

$$PI = 10 \text{ เซนติเมตร}$$



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้างของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times EF \times PH\right) + 2 \times \left(\frac{1}{2} \times DE \times PI\right) \\ &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 17\right) + 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 10\right) \\ &= 204 + 300 = 504 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ฐาน} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \\ &= 12 \times 30 = 360 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น พื้นที่ผิวทั้งหมดของพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้า} &= \text{พื้นที่ฐาน} + \text{พื้นที่ผิวข้าง} \\ &= 360 + 504 = 864 \text{ ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

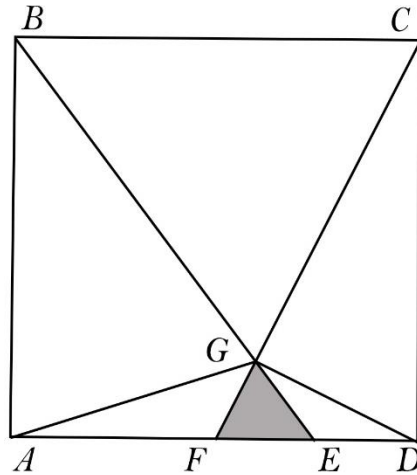
20. F เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AD ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ที่มีพื้นที่ 36 cm^2 , E เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน FD เส้น BE และ CF ตัดกันที่จุด G จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม EFG ในหน่วย cm^2

F is the midpoint of the side AD of a square ABCD of area 36 cm^2 . E is the midpoint of FD. BE and CF intersect at G. Find the area, in cm^2 , of triangle EFG.

1. 0.9 2. 1.2 3. 1.5 4. 1.6

ตอบข้อ 1

จากโจทย์วาดรูป ได้ดังนี้



และกำหนดให้ [] แทนพื้นที่รูปสามเหลี่ยม

เนื่องจากสามเหลี่ยม EFG คล้ายกับสามเหลี่ยม BCG จะได้ว่า

$$\frac{[EFG]}{[BCG]} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

เนื่องจาก $\frac{[EFG]}{[DAG]} = \frac{EF}{DF} = \frac{1}{2}$

และ $\frac{[DFG]}{[DAG]} = \frac{DF}{DA} = \frac{1}{2}, \frac{[EFG]}{[DAG]} = \frac{1}{4}$

เนื่องจาก สามเหลี่ยม DAG และสามเหลี่ยม BCG มีฐานเท่ากันคือ AB

$$\begin{aligned} \text{จากรูป} \quad [ABCD] &= 2 \times ([DAG] + [BCG]) \\ &= 2 \times (4[EFG] + 16[EFG]) \\ &= 40[EFG] \end{aligned}$$

ดังนั้น พื้นที่สามเหลี่ยม EFG = $36 \div 40 = 0.9 \text{ cm}^2$

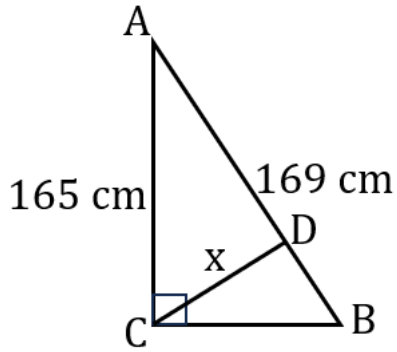
21. $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\hat{C} = 90^\circ$ สมมติ $AC = 156 \text{ cm}$, $AB = 169 \text{ cm}$ และระยะตั้งฉากจากจุด C ถึง AB เท่ากับ x จงหาค่าของ x

$\triangle ABC$ is a triangle such that $\hat{C} = 90^\circ$. Suppose $AC = 156 \text{ cm}$, $AB = 169 \text{ cm}$ and the perpendicular distance from C to AB is x cm. Find the value of x.

1. 65 2. 48 3. 56 4. 60

ตอบข้อ 4

จากโจทย์ เขียนรูปได้ดังนี้

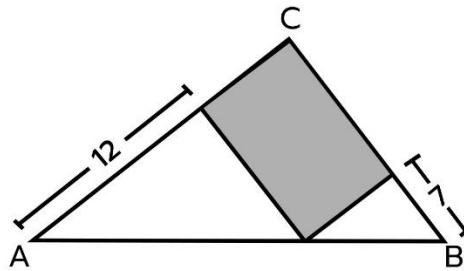


ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ $BC = \sqrt{169^2 - 156^2} = 65$

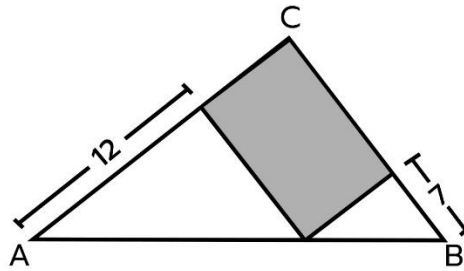
และลากเส้นจากจุด C ไปตั้งฉากกับด้าน AB ทำให้ $\triangle ABC \sim \triangle ACD$

ดังนั้น $\frac{CD}{AC} = \frac{BC}{AB}$
 $\frac{x}{156} = \frac{65}{169} \Rightarrow x = 60$

22. จากรูป จงหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าส่วนที่แรเงา



In the following figure, find the area of the shaded rectangle.



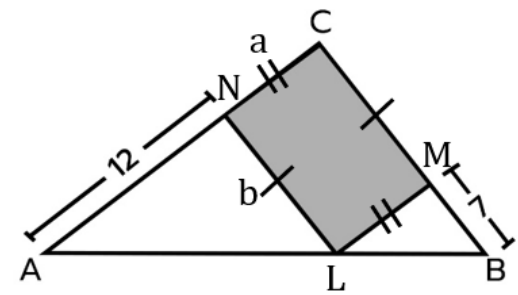
1. 56

2. 68

3. 72

4. 84

ตอบข้อ 4



จากรูป $\triangle ABC \sim \triangle LBM$ และ $\triangle ALN \sim \triangle LBM$

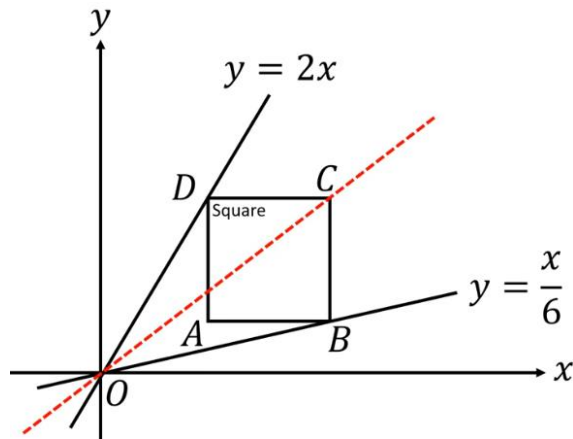
จะได้ $\frac{a}{7} = \frac{12}{b}$

$ab = 84$

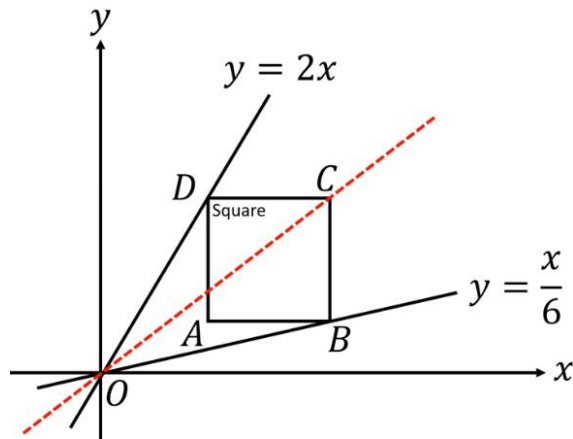
พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าส่วนที่แรเงา = ab

= 84 ตารางหน่วย

23. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จงหาสมการเส้นตรงที่ลากผ่านจุดกำเนิดและจุด C



ABCD is a square as figure. What is the equation of the line that passes through the origin and the point C?



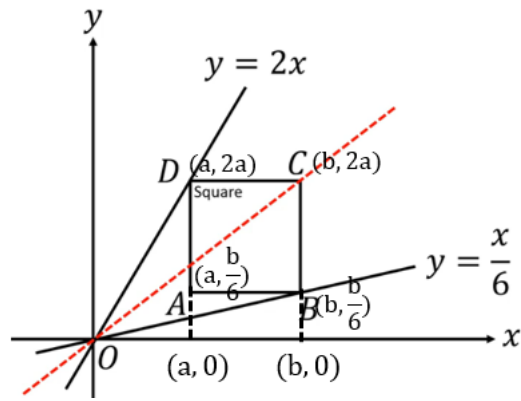
1. $y = \frac{7}{9}x$

2. $y = \frac{7}{6}x$

3. $y = \frac{14}{9}x$

4. $y = \frac{7}{18}x$

ตอบข้อ 1



ให้สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีพิกัดจุด A, B, C และ D ดังรูป

รูปทั่วไปสมการเส้นตรง slope – intercept form $y = mx + b$

เนื่องจาก เส้นตรงที่ลากผ่านจุดกำเนิด จะได้ $y = mx$

ความชันของเส้นตรง OC, $m = \frac{2a-0}{b-0} = \frac{2a}{b} \dots(1)$

$AB = BC$

$b - a = 2a - \frac{b}{6}$

$3a = \frac{7b}{6}$

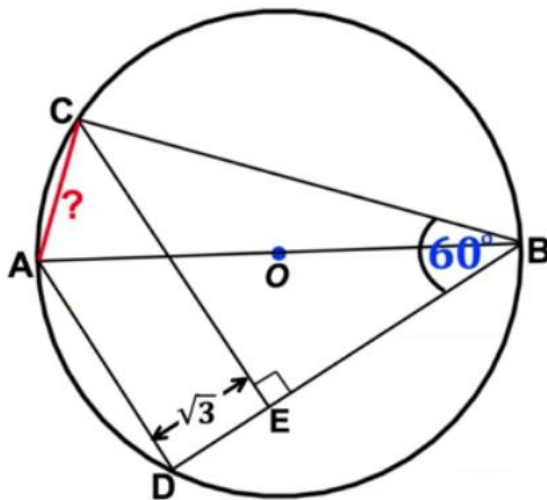
$a = \frac{7b}{18}$

แทนค่า $a = \frac{7b}{18}$ ลงในสมการ (1) จะได้

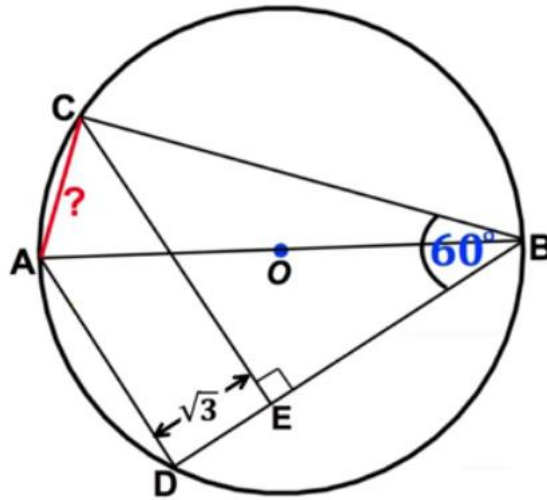
$m = \frac{2}{b} \left(\frac{7b}{18} \right) = \frac{7}{9}$

ดังนั้น สมการเส้นตรง $y = \frac{7}{9}x$

24. จากรูป AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O ถ้า $DE = \sqrt{3}$, $\hat{E} = 90^\circ$ และ $\hat{B} = 60^\circ$ จงหาความยาวของคอร์ด AC



From figure, AB is a diameter of circle O. If $DE = \sqrt{3}$, $\hat{E} = 90^\circ$ and $\hat{B} = 60^\circ$, find the length of chord AC of a circle possessing two triangles.



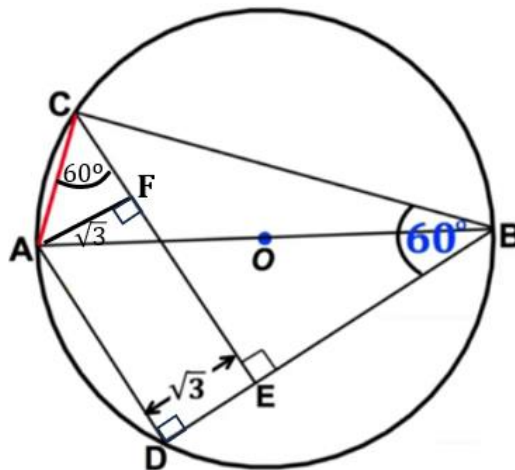
1. $\sqrt{2}$

2. 2

3. $\sqrt{3}$

4. 1

ตอบข้อ 2



จากรูป $\hat{BCE} = 30^\circ$ (มุมภายในรูปสามเหลี่ยม BEC รวมได้ 180°)

และ $\hat{ACE} = 60^\circ$ (สามเหลี่ยม ABC แนบในครึ่งวงกลม มุมบนเส้นรอบวงเท่ากับ 90°)

เนื่องจาก $\hat{D} = \hat{E} = 90^\circ$ ทำให้ $AD \parallel CE$

ลากเส้น AF ไปตั้งฉาก กับ CE ทำให้ $AF = DE = \sqrt{3}$

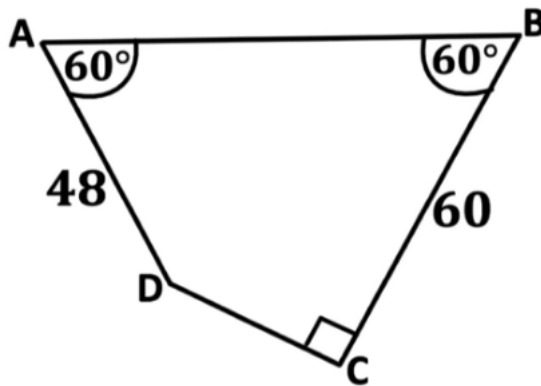
พิจารณาสามเหลี่ยมมุมฉาก ACF จะได้ว่า

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{AC}$$

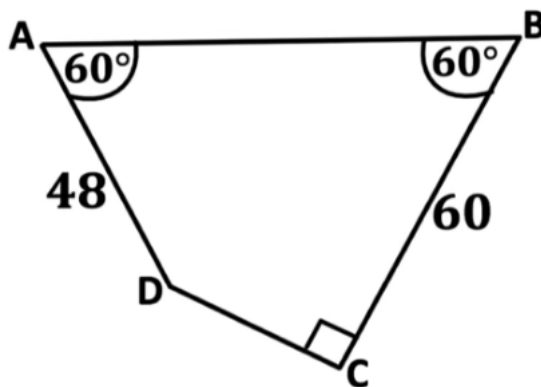
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{AC}$$

ดังนั้น ความยาวของคอร์ด AC = 2

25. จากรูป จงหาค่าของความยาวด้าน AB



In the following figure, find the length of AB.



1. 65

2. 68

3. 72

4. 75

ตอบข้อ 3

จากรูป ต่อรูปให้เกิดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABP ทำให้ได้ $\hat{P} = 60^\circ$

พิจารณา $\triangle PCD$

เนื่องจาก $\triangle ABP$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

จะได้

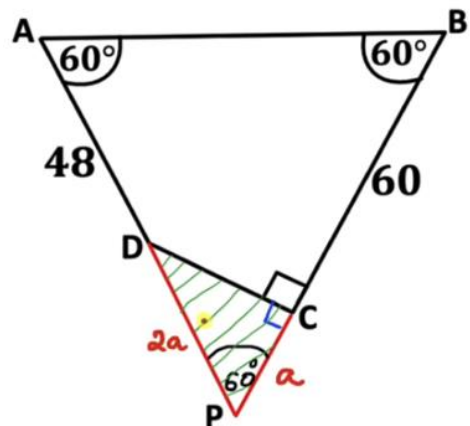
$$AP = BP$$

$$48 + 2a = 60 + a$$

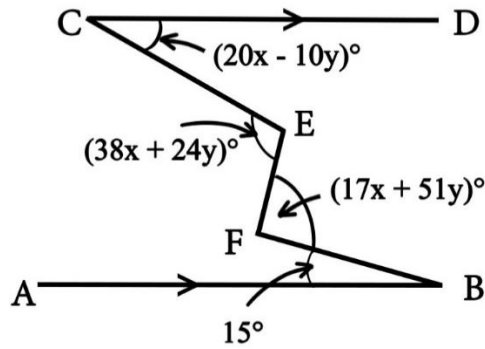
$$a = 12$$

และ $AP = BP = AB = 60 + 12 = 72$

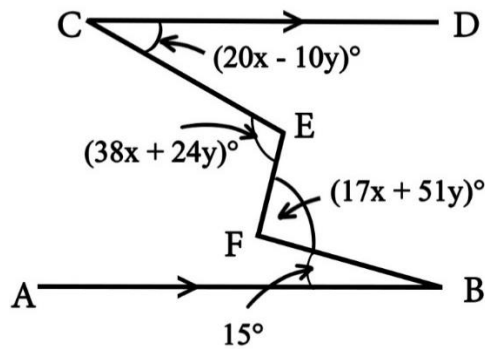
ดังนั้น ค่าของความยาวด้าน AB = 72



26. จากรูป ถ้า $AB \parallel CD$ และ $20x - 10y = 30^\circ$ จงหา $x - y$



In the figure below, if $AB \parallel CD$ and $20x - 10y = 30^\circ$, find the value of $x - y$.



1. 1°

2. 3°

3. 4°

4. 5°

ตอบข้อ 1

ความสัมพันธ์ของเส้นขนานและมุมหักภายในเส้นขนาน จะได้ว่า

ผลบวกของมุมหักด้านซ้าย = ผลบวกของมุมหักด้านขวา

$$(20x - 10y) + (17x + 51y) = (38x + 24y) + 15$$

$$37x + 41y = 38x + 24y + 15$$

$$x - 17y = -15 \quad \dots(1)$$

และ $20x - 10y = 30 \quad \dots(2)$

สมการ (1) $\times 20$; $20x - 340y = -300 \quad \dots(3)$

นำสมการ (2) - (3); $330y = 330$

$$y = \frac{330}{330} = 1$$

แทนค่า $y = 1$ ลงในสมการ (1); $x - 17(1) = -15$

$$x = 17 - 15 = 2$$

ดังนั้น $x - y = 2 - 1 = 1^\circ$

สาระที่ 3: สถิติ ความน่าจะเป็นและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ข้อ 27 – ข้อ 32 (จำนวน 6 ข้อ = 18.75%)

27. กำหนดให้ $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ สอดคล้องกับสมการ $3^{(2\sin x)^2} + 3^{(2\cos x)^2} = 30$

จงหาค่าของ $\tan x + \cot x$

Given that $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ satisfying the equation $3^{(2\sin x)^2} + 3^{(2\cos x)^2} = 30$, find the value of $\tan x + \cot x$.

1. $\frac{3\sqrt{3}}{3}$

2. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

3. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

4. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

ตอบข้อ 2

$$3^{4\sin^2 x} + 3^{4\cos^2 x} = 30$$

$$(3^4)^{\sin^2 x} + (3^4)^{\cos^2 x} = 30$$

$$81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30$$

$$81^{\sin^2 x} + 81^{1-\sin^2 x} = 30$$

$$81^{\sin^2 x} + \frac{81}{81^{\sin^2 x}} = 30$$

$$\text{ให้ } u = 81^{\sin^2 x}$$

$$u + \frac{81}{u} = 30$$

$$u^2 + 81 = 30u$$

$$u^2 - 30u + 81 = 0$$

$$(u - 3)(u - 27) = 0$$

$$u = 3, 27$$

ถ้า $u = 3$ จะได้ $81^{\sin^2 x} = 3$

$$(3^4)^{\sin^2 x} = 3^1$$

จะได้ $4\sin^2 x = 1$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x = \pm \frac{1}{2}$$

เนื่องจาก $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ นั่นคือ $\sin x = \frac{1}{2}$

ถ้า $u = 27$ จะได้ $81^{\sin^2 x} = 27$

$$(3^4)^{\sin^2 x} = 3^3$$

จะได้ $4\sin^2 x = 3$

$$\sin^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\sin x = \pm \sqrt{\frac{3}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

เนื่องจาก $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ นั่นคือ $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

หาก $\sin x = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 30^\circ$

และ $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad x = 60^\circ$

ดังนั้น ค่าของ $\tan x + \cot x = \tan 30^\circ + \cot 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

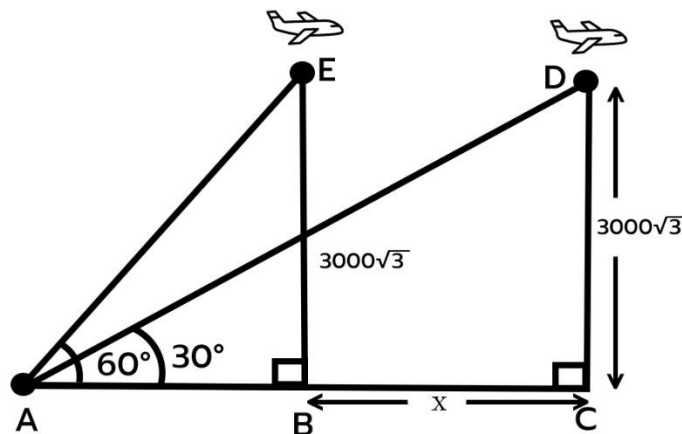
28. เครื่องบินลำหนึ่ง ระดับการบินกับจุดคงที่บนพื้นดินทำมุมกัน 60° หลังจากบินไปได้ 30 วินาที มุมของระดับการบินเปลี่ยนเป็น 30° ถ้าเครื่องบินบินที่ระดับความสูงคงที่ $3000\sqrt{3}$ เมตร จงหาความเร็วของเครื่องบิน

The angle of elevation of an airplane from point on the ground is 60° . After a flight of 30 seconds, the angle of elevation becomes 30° . If the airplane is flying at a constant height of $3000\sqrt{3}$ meters, find the speed of the airplane.

1. 200 m/s 2. 250 m/s 3. 280 m/s 4. 300 m/s

ตอบข้อ 1

จากโจทย์ วาดรูปได้ดังนี้



$$\begin{aligned} \text{ระยะ ED} &= 3000\sqrt{3} \times (\cot 30^\circ - \cot 60^\circ) \\ &= 3000\sqrt{3} \times \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 3000\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \\ &= 6000 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{ความเร็ว} = \frac{s}{t} = \frac{6000}{30} = 200 \text{ m/s}$$

29. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่งมี m จำนวน เป็น q และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลอีกชุดหนึ่ง ซึ่งมี n จำนวน เป็น p ถ้านำข้อมูลนี้มารวมเป็นกลุ่มเดียวกัน จะหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ k จงหาว่า p มีค่าเท่าใด

The arithmetic mean of a set of m numbers of data is q and the arithmetic mean of another set of n numbers of data is p . If both sets of data are combined into one set. The arithmetic mean is k . What is the value of p ?

1. $\frac{m}{n}(k - q + 1)$ 2. $\frac{k(m+n)-q}{n}$ 3. $\frac{m}{n}(k + q - 1)$ 4. $\frac{m}{n}(k - q) + k$

ตอบข้อ 4

ข้อมูลชุดหนึ่ง ซึ่งมี m จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น q

จะได้ว่า $\sum x_1 = mq$

และข้อมูลอีกชุดสอง ซึ่งมี n จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น p

จะได้ว่า $\sum x_2 = np$

ถ้านำข้อมูลนี้มารวมเป็นกลุ่มเดียวกัน จะหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้ k

จะได้ว่า
$$\frac{\sum x_1 + \sum x_2}{m+n} = k$$

$$\frac{mq + np}{m+n} = k$$

$$mq + np = km + kn$$

$$p = \frac{km + kn - mq}{n} = \frac{m(k-q) + kn}{n} = \frac{m(k-q)}{n} + k$$

30. จำนวนวิธีสร้างจำนวนที่มี 3 หลักที่มีค่ามากกว่า 300 จากเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 โดยตัวเลขเหล่านี้สามารถนำมาใช้ได้เพียงครั้งเดียว มีค่าเท่าใด

What is the number of ways to create a 3-digit number greater than 300 from the digits 0, 1, 2, 3, 4, and 5, where each of these digits can be used only once?

1. 24 วิธี 2. 36 วิธี 3. 60 วิธี 4. 84 วิธี

ตอบข้อ 3

จากเลขโดดที่กำหนดคือ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5

ต้องการสร้างจำนวนที่มี 3 หลัก และมีค่ามากกว่า 300

เลือกตัวเลขลงในหลักร้อยได้ 3 วิธี (3, 4 หรือ 5)

เหลือตัวเลขที่จะลงในหลักสิบ 5 ตัว (ลงในหลักร้อยไปแล้ว 1 ตัว)

เลือกตัวเลขลงในหลักสิบได้ 5 วิธี

TMCOT (ม.1-ม.3)

เหลือตัวเลขที่จะลงในหลักหน่วย 4 ตัว (ลงในหลักร้อยและหลักสิบไปแล้ว 2 ตัว)

เลือกตัวเลขลงในหลักหน่วยได้ 4 วิธี

ดังนั้น มีวิธีสร้างจำนวนดังกล่าวได้เท่ากับ $3 \times 5 \times 4$ วิธี = 60 วิธี

31. คะแนนสอบของนักเรียน 5 คนจากสองห้องเรียนที่ถูกเลือกมาแบบสุ่ม โดยคะแนนสอบของนักเรียน 5 คนในห้อง A คือ 88, 88, 89, 89 และ 90 คะแนน และคะแนนสอบของนักเรียน 5 คนในห้อง B คือ 75, 85, 90, 97 และ 100 ข้อใดกล่าวได้ถูกต้อง

The test scores of 5 students in two different classes were selected at random. The test scores in class A were 88, 88, 89, 89 and 90. The test scores in class B were 75, 85, 90, 97 and 100. Which of the following statements is true?

1. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบห้อง A สูงกว่า ห้อง B
2. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบห้อง A น้อยกว่า ห้อง B
3. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบทั้งสองห้องมีค่าเท่ากัน
4. ข้อมูลไม่เพียงพอ

ตอบข้อ 2

จัดเรียงข้อมูลใหม่ ดังนี้

Class A	88	89	90	89	88
Class B	78	85	90	97	100

เนื่องจาก ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน $S.D. = \sqrt{\frac{(x_i - \bar{x})^2}{N}}$

จากข้อมูล สรุปได้ว่า ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบห้อง A น้อยกว่า ห้อง B

32. จำนวนเต็มบวก n ที่สอดคล้องตามเงื่อนไข $(120n)^{50} > n^{100} > 2^{250}$ มีกี่จำนวน

How many positive integers n satisfy the following condition: $(120n)^{50} > n^{100} > 2^{300}$?

1. 109
2. 110
3. 111
4. 112

ตอบข้อ 3

ถอดรากที่ 50 จะได้

$$120n > n^2 > 2^6$$

$$120n > n^2 > 64$$

TMCOT (ม.1-ม.3)

จะได้ว่า $120n > n^2$ และ $n^2 > 64$
 $n^2 - 120n < 0$ และ $n^2 > 64$
 $n(n - 120) < 0$ และ $n > 8$
 $0 < n < 120$ และ $n > 8$

คำตอบที่ได้คือ $8 < n < 120$

จำนวนเต็มบวก n คือ 9, 10, 11, ..., 119

ดังนั้น n มีจำนวน $119 - 9 + 1 = 111$ จำนวน



โปรดตรวจสอบว่าท่านได้เขียน ชื่อ - สกุล และระบายรหัสประจำตัว เรียบร้อยครบถ้วนแล้ว